

格式：英文/公式两边接汉字时请空格。

内容：建议找几个例题。

隔板法 Stars and bars

隔板法是解决某些组合问题的一种数学技术。每当要计算对相同对象进行分组的方式时，就可以使用隔板法。

定理

将 n 个相同对象放入 k 个标记的盒子的方式有 $\binom{n+k-1}{n}$

证明包括将物体变成星星，然后使用条形分隔（因此得名）。例如。我们可以用 $\bigstar | \bigstar \bigstar | \bigstar \bigstar \bigstar$ 表示的情况如下：第一个盒子是一个对象，第二个盒子是两个对象，第三个是空的，最后一个盒子是两个对象。这是将5个对象分成4个盒子的一种方法。

显而易见，每个分区可以使用 n 个星号和 $k-1$ 个条形表示，每个使用 n 个星号和 $k-1$ 个条形图的星形和条形表示一个分区。因此，将 n 个相同对象放入 k 个标记的盒子的方法的数量与存在 n 个星型和 $k-1$ 个条形的排列的数量相同。

非负整数和的数量

这个问题是定理的直接应用。

计算方程 $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n, x_i \geq 0$ 的解数。

同样，我们可以使用隔板法表示解决方案。例如。对于 $n = 4, k = 3$ 的解 $1 + 3 + 0 = 4$ 可以用 $\bigstar | \bigstar \bigstar \bigstar | \bigstar$ 表示。

不难看出，这正是隔板法定理。因此，解为 $\binom{n+k-1}{n}$

下界整数和的数量

可以很容易地将其扩展为具有不同下限的整数和。即我们想用 $x_i \geq a_i$ 来计算方程 $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ 的解数。

替换 $x_i' := x_i - a_i$ 之后，我们得到修改后的方程式 $(x_1' + a_1) + (x_2' + a_2) + \dots + (x_k' + a_k) = n \iff x_1' + x_2' + \dots + x_k' = n - a_1 - a_2 - \dots - a_k$ 和 $x_i' \geq 0$

因此，我们将问题简化为 $x_i \geq 0$ 的简单情况，并且可以再次应用隔板法定理。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:the_great_wave_off_kanagawa:stars_and_bars 

Last update: **2020/06/01 19:34**