

2020/07/26 -- 2020/07/31 周报

团队训练

2020.07.27 [2020牛客暑期多校训练营（第六场）](#)

本周推荐

airbust

无

kazamori

无

Ket98

Fraction Construction Problem

<https://ac.nowcoder.com/acm/contest/5668/F>

分类：数学

这题考察的数学知识很棒，证明也很精彩，所以作为推荐题目。

题目大意：给定两个整数 a, b 找出四个整数 c, d, e, f 满足：

① $\frac{c}{d} - \frac{e}{f} = \frac{a}{b}$

② $d < b$ 且 $f < b$

③ $1 \leq c, e \leq 4 \times 10^{12}$ (这个条件应该只是为了防 spj 读入溢出而已)

思路：这题需要分三种情况讨论：

① a, b 间 gcd 不为 1：

此时只需要令 $g = \text{gcd}(a, b)$ 则构造

$$\frac{\frac{a}{g} + 1}{\frac{b}{g}} - \frac{\frac{a}{g}}{\frac{b}{g}} = \frac{a}{b}$$

即可。

(2) 条件 (1) 不满足的时候 b 的质因数数量不多于 1 个，此时题目无解。

原因是左边通分得到：

$$\frac{cf-de}{df}$$

考虑到 $\frac{a}{b}$ 没办法约分，所以 a 中肯定不包含 b 的质因数。设 $b=g^{k_b}$ 则必有 $d=c_1g^{k_d}, f=c_2g^{k_f}$ 由于通分的结果分母中肯定要约去 g 的幂，则约分结果中分母的 g 的次数一定小于 $\min(k_d, k_f)$ 由题目 $d, f < b$ 可知 $\max(k_d, k_f) < k_b$ 因此分母无论如何都凑不出 g 的 k_b 次幂，所以题目无解。

(3) 条件 (1) 不满足的时候 b 的质因数数量大于1个。

取 d 为 b 的其中一个质因数的最高次幂，令 $f=b/d$ 易知 d, f 互质。左边通分后利用拓展欧几里得算法解出 x, y 使得

$$xf+dy = \gcd(d, f) = 1$$

令 $c=ax, e=-ay$ 即可。

个人

airbust

比赛

无

kazamori

比赛

无

Ket98

比赛

无

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:the_great_wave_off_kanagawa:week_summary_8

Last update: 2020/07/31 18:01

