

FWT刷题

CF662C

题意：给定一个 $n \times m$ 的 01 矩阵，可以取反若干次任意行或列，问若干次操作之后 1 最少是多少。

数据范围 $n \leq 20, m \leq 100000$

题解 n 的范围很小，我们可以考虑二进制枚举行的取反策略，假设行的翻转策略为 S 那么这道题目的答案就是 $\sum_{i=1}^m \min(f(S \oplus a_i), n - f(S \oplus a_i))$, f 函数为这一列 1 的个数。

那么我们假设 $g(i) = \min(f(i), n - f(i))$ 那么原式就可以改写为 $\sum_{j, i \oplus S = j} g(j) \times f(i)$, 按照异或的性质，可以直接改写为

$$\sum_{j, i \oplus j = S} g(j) \times f(i)$$

那么好了，接下来我们就可以轻松的用 fwt 解决这道题目了。

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int V = 1<<20;
const int N = 22;
const int M = 100005;

int n, a[M];
long long dp[V], cnt[V];
char s[N][M];
int calc(int x) {
    int ans = 0;
    while (x) {
        ans += (x & 1);
        x >>= 1;
    }
    return ans;
}

void FWT(long long *src, int len) {
    for (int sz = 2; sz <= len; sz <<= 1) {
        int step = sz >> 1;
        for (int i = 0; i < len; i += sz) {
            for (int j = i; j < i + step; j++) {
                long long a = src[j], b = src[j + step];
                src[j] = a + b;
                src[j + step] = a - b;
            }
        }
    }
}
```

```
void IFWT(long long *src,int len) {
    for (int sz = 2;sz <= len;sz <<= 1) {
        int step = sz >> 1;
        for (int i = 0;i<len;i+=sz) {
            for (int j = i;j < i+step;j++) {
                long long a = src[j],b = src[j+step];
                src[j] = (a+b)>>1;
                src[j+step] = (a-b)>>1;
            }
        }
    }
}
int main()
{
    int n,m;
    scanf("%d%d",&n,&m);
    for (int i = 0;i<n;i++)
        scanf("%s",s[i]+1);
    for (int i = 1;i<= m;i++) {
        int tmp = 0;
        for (int j = 0;j < n;j++)
            tmp |= ((s[j][i]-'0')<<j);
        cnt[tmp]++;
    }
    int len = 1<<n;
    for (int i = 0;i<len;i++)
    {
        int tmp = calc(i);
        dp[i] = min(tmp,n-tmp);
    }
    FWT(cnt,len);
    FWT(dp,len);
    for (int j = 0;j < len;j++)
        dp[j] *= cnt[j];
    IFWT(dp,len);
    long long ans = n*m+1;
    for (int j = 0;j < len;j++)
        ans = min(ans,dp[j]);
    printf("%lld\n",ans);
    return 0;
}
```

CF914G

HDU5909

HDU5823

HDU6057

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai_milk:fwt%E5%88%B7%E9%A2%98&rev=1594972338 

Last update: **2020/07/17 15:52**