

# 2020.05.11-2020.05.17 周报

## 团队训练

2020.05.13 [2019 Multi-University Training Contest 1](#) prob: 3:5:13 rnk 141/?

[20200513比赛记录](#)

### \_wzx27

找了点杂题和构造题

#### 1 [Divisor Paths](#)

给一个很大的数  $D$  把  $D$  的所有因子作为顶点建图，对于两个点  $x, y$ ;  $y > x$  若他们之间满足  $\frac{y}{x}$  是一个质数，则它们之间有一条权为  $\frac{y}{x}$  的边  $q$  个询问，求两个点之间的最短路。

考虑把每个数用它的所有质因子写成一个向量，按题目的意思，每个点可以通过某一维加  $1$  减  $1$  实现移动。然后易证，任意两点的最短路构造方法为  $a \rightarrow \gcd(a, b) \rightarrow b$

#### 2 [Square Subsets](#)

给一个集合(不是严格意义上的集合，不需要互异性)，可以生产  $2^n$  个子集，求有多少个子集，把子集里每个数乘起来能得到一个完全平方数。

题解给的是  $\text{dp}$  从另一个角度想，把每个数的所有质因子写成一个向量，每一维的取值是  $0$  或者  $1$ ，表示幂次的偶数和奇数。然后我们会发现两个数相乘，在质因子的奇偶性上相当于一个二进制异或，所以原问题等价于有几个子集通过上述表示后异或值为  $0$ 。那么我们就可以用线性基来解决这个问题，求出线性基的个数为  $m$  原向量组的个数为  $n$  则异或值为  $0$  的个数就是  $2^{n-m}$

#### 3 [Colorful Blocks](#)

$n$  个连续的方块，染成最多  $m$  种颜色，问相邻块颜色相同的数量不超过  $k$  个的染色种数。

一开始想到是  $\text{dp}$  很容易想到一个  $O(n^2)$  的转移  $f[i][j] = (m-1) \times f[i-1][j] + f[i-1][j-1]$  然后发现转移过程和  $j$  无关，推一下发现有点像杨辉三角，最后可以化简为一个式子。如果直接从组合数学的角度考虑，直接的解法就是对于仅有  $i$  个相邻方块颜色相同时，即取  $i-1$  个断点，然后从左往右扫一遍就得到答案  $\sum_{i=0}^k m \times C_{n-1}^i \times (m-1)^{n-i}$

#### 4 [Walk on Matrix](#)

供消遣的构造题

#### 5 [Sum of squares of divisors](#)

定义函数  $\sigma_2: x \mapsto x$  所有因数的平方和，求  $\sum_{i=1}^n \sigma_2(i)$  对  $m$  取模，其中  $n=10^{15}, m=10^9$

考虑每个因数  $k$  的贡献  $k^2$  那么 原式  $= \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor$

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1}} \rfloor} (\lfloor \frac{n}{i} \rfloor - \lfloor \frac{n}{i+1} \rfloor) i^2 + \sum_{i=1}^{\sqrt{n}} (f(\lfloor \frac{n}{i} \rfloor) - f(\lfloor \frac{n}{i+1} \rfloor))$$
 其中  $f(k) = \sum_{i=1}^k i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

## Infinity37

### 专题

[后缀自动机](#) 待填坑

### 比赛

无

### 题目

[b-operation](#)

## Zars19

## 本周推荐

[Square Subsets](#):感觉把奇偶的转化关系变成异或很有意思，加上这周练的多校有个线性基的题，可以积累一下——\_wzx27

[HDU6583 TypeWriter](#):这题一贴出来，就知道，老没做题了（别骂了），但是这道题目确实比较有意思，后缀自动机优化dp，如果搞懂了这道题目会让后缀自动机的使用灵活程度upup，避免只会写后缀自动机模版题的尴尬场面——Infinity37

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai\\_milk:weekly2&rev=1589556637](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai_milk:weekly2&rev=1589556637)

Last update: 2020/05/15 23:30