

# 2020.05.11-2020.05.17 周报

## 团队训练

2020.05.13 2019 Multi-University Training Contest 1 prob: 3:5:13 rnk[]141/?

[20200513比赛记录](#)

### wzx27

找了点杂题和构造题

#### 1 [Divisor Paths](#)

给一个很大的数 \$D\$，把 \$D\$ 的所有因子作为顶点建图，对于两个点 \$x, y\$，若他们之间满足 \$\frac{y}{x}\$ 是一个质数，则它们之间有一条权为 \$\frac{y}{x}\$ 的边。\$q\$ 个询问，求两个点之间的最短路。

考虑把每个数用它的所有质因子写成一个向量，按题目的意思，每个点可以通过某一维加 \$1\$ 减 \$1\$ 实现移动。然后易证，任意两点的最短路构造方法为 \$a \rightarrow \text{gcd}(a,b) \rightarrow b\$。

#### 2 [Square Subsets](#)

给一个集合(不是严格意义上的集合，不需要互异性)，可以生产 \$2^n\$ 个子集，求有多少个子集，把子集中每个数乘起来能得到一个完全平方数。

题解给的是 \$\text{dp}\$ 从另一个角度想，把每个数的所有质因子写成一个向量，每一维的取值是 \$0\$ 或者 \$1\$，表示幂次的偶数和奇数。然后我们会发现两个数相乘，在质因子的奇偶性上相当于一个二进制异或，所以原问题等价于有几个子集通过上述表示后异或值为 \$0\$。那么我们就可以用线性基来解决这个问题，求出线性基的个数为 \$m\$，原向量组的个数为 \$n\$，则异或值为 \$0\$ 的个数就是 \$2^{\{n-m\}}\$。

#### 3 [Colorful Blocks](#)

\$n\$ 个连续的方块，染成最多 \$m\$ 种颜色，问相邻块颜色相同的数量不超过 \$k\$ 个的染色种数。

一开始想到是 \$\text{dp}\$ 很容易想到一个 \$O(n^2)\$ 的转移 \$f[i][j] = (m-1) \times f[i-1][j] + f[i-1][j-1]\$，然后发现转移过程和 \$j\$ 无关，推一下发现有点像杨辉三角，最后可以化简为一个式子。如果直接从组合数学的角度考虑，直接的解法就是对于仅有 \$i\$ 个相邻方块颜色相同时，即取 \$i-1\$ 个断点，然后从左往右扫一遍就得到答案 \$\sum\_{i=0}^k m \times C\_{n-1}^i \times (m-1)^{n-i-1}\$。

#### 4 [Walk on Matrix](#)

供消遣的构造题

#### 5 [Sum of squares of divisors](#)

定义函数 \$\sigma\_2(x) \mapsto x\$ 所有因数的平方和，求 \$\sum\_{i=1}^n \sigma\_2(i)\$ 对 \$m\$ 取模，其中 \$n=10^{15}, m=10^{99}\$。

考虑每个因数 \$k\$ 的贡献 \$k^2\$，那么原式 = \$\sum\_{i=1}^n \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor\$

Last update: 2020-2021:teams:wangzai\_milk:weekly2 https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai\_milk:weekly2&rev=1589559150  
2020/05/16 00:12

$\times i^2 = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1}} \rfloor} (\lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1}} \rfloor - \lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1} + 1} \rfloor) \times (f(\lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1}} \rfloor) - f(\lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1} + 1} \rfloor))$  其中  $f(k) = \sum_{i=1}^k i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

## Infinity37

### 专题

[后缀自动机](#) 好题推荐/广义后缀自动机待填坑

### 比赛

无

### 题目

[b-operation](#)

[f-typewriter](#)

## Zars19

### 本周推荐

[Square Subsets](#): 感觉把奇偶的转化关系变成异或很有意思，加上这周练的多校有个线性基的题，可以积累一下——wzx27

[HDU6583 TypeWriter](#): 这题一贴出来，就知道，老没做题了（别骂了），但是这道题目确实比较有意思，后缀自动机优化dp如果搞懂了这道题目会让后缀自动机的使用灵活程度upup避免只会写后缀自动机模板题的尴尬场面——Infinity37

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai\\_milk:weekly2&rev=1589559150](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai_milk:weekly2&rev=1589559150)

Last update: 2020/05/16 00:12

