

# 2020.05.11-2020.05.17 周报

## 团队训练

2020.05.13 [2019 Multi-University Training Contest 1](#) prob: 3:5:13 rnk 141/?

[20200513比赛记录](#)

### \_wzx27

找了点杂题和构造题

#### 1 [Divisor Paths](#)

给一个很大的数  $D$  把  $D$  的所有因子作为顶点建图，对于两个点  $x, y; y > x$  若他们之间满足  $\frac{y}{x}$  是一个质数，则它们之间有一条权为  $\frac{y}{x}$  的边  $q$  个询问，求两个点之间的最短路。

考虑把每个数用它的所有质因子写成一个向量，按题目的意思，每个点可以通过某一维加  $1$  减  $1$  实现移动。然后易证，任意两点的最短路构造方法为  $a \rightarrow \gcd(a, b) \rightarrow b$

#### 2 [Square Subsets](#)

给一个集合(不是严格意义上的集合，不需要互异性)，可以生产  $2^n$  个子集，求有多少个子集，把子集里每个数乘起来能得到一个完全平方数。

题解给的是  $\text{dp}$  从另一个角度想，把每个数的所有质因子写成一个向量，每一维的取值是  $0$  或者  $1$ ，表示幂次的偶数和奇数。然后我们会发现两个数相乘，在质因子的奇偶性上相当于一个二进制异或，所以原问题等价于有几个子集通过上述表示后异或值为  $0$ 。那么我们就可以用线性基来解决这个问题，求出线性基的个数为  $m$  原向量组的个数为  $n$  则异或值为  $0$  的个数就是  $2^{n-m}$

#### 3 [Colorful Blocks](#)

$n$  个连续的方块，染成最多  $m$  种颜色，问相邻块颜色相同的数量不超过  $k$  个的染色种数。

一开始想到是  $\text{dp}$  很容易想到一个  $O(n^2)$  的转移  $f[i][j] = (m-1) \times f[i-1][j] + f[i-1][j-1]$  然后发现转移过程和  $j$  无关，推一下发现有点像杨辉三角，最后可以化简为一个式子。如果直接从组合数学的角度考虑，直接的解法就是对于仅有  $i$  个相邻方块颜色相同时，即取  $i-1$  个断点，然后从左往右扫一遍就得到答案  $\sum_{i=0}^k m \times C_{n-1}^i \times (m-1)^{n-i}$

#### 4 [Walk on Matrix](#)

供消遣的构造题

#### 5 [Sum of squares of divisors](#)

定义函数  $\sigma_2: x \mapsto x$  所有因数的平方和，求  $\sum_{i=1}^n \sigma_2(i)$  对  $m$  取模，其中  $n=10^{15}, m=10^9$

考虑每个因数  $k$  的贡献  $k^2$  那么 原式  $= \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1}} \rfloor} (\lfloor \frac{n}{i} \rfloor \times i^2) + \sum_{i=1}^{\sqrt{n}} (f(\lfloor \frac{n}{i} \rfloor) - f(\lfloor \frac{n}{i+1} \rfloor))$$
 其中  $f(k) = \sum_{i=1}^k i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

## Infinity37

### 专题

[后缀自动机](#) 好题推荐/广义后缀自动机待填坑

### 比赛

无

### 题目

[b-operation](#)

[f-typewriter](#)

## Zars19

### 题目

[D-Vacation](#)

### 比赛

[AtCoder Beginner Contest 155](#)

很久之前的  $\text{ABC}$  的题的确画风不太一样。前三题都很简单，从后面说起

#### D. Pairs

给出一个长度  $N$  的数组，问两两乘积的第  $K$  大。

题解：第  $K$  大的乘积是正数、负数、零很容易计算得出，然后对于正负数的情况分别进行二分，结果在  $[-10^{18}, 10^{18}]$  过程中对每个数字  $lower\_bound$  计算对小于等于  $\text{mid}$  的乘积数的贡献。正数的情况要注意每组被计算两次，以及数字与自己本身的乘积不能计入。另外各种取整要想清楚。

#### E. Payment

给出  $N$  在  $1$  到  $10^{\{1,000,000\}}$  之间，可以使用  $10$  的整数幂面值的纸币，如果你的支付大于  $N$  店员会找给你多余的钱，问你和店员使用的纸币张数总和的最小值。

题解：用  $dp[i][0]$  和  $dp[i][1]$  分别表示在第  $i$  位付正好的钱和多付  $1$  个单位的钱的最小张数。只要想到表示方式状态转移方程就也很好想，从高位到低位扫一遍。

### F. Perils in Parallel

$N$  个炸弹处在坐标轴上，给出每个炸弹的坐标和状态  $A_i, B_i$  状态为  $1$  表示激活  $0$  表示非激活  $M$  项可选操作，每项操作  $l_i, r_i$  表示将坐标处在这个区间的炸弹状态反转。问有没有没有一个操作集可以使得所有炸弹状态为  $0$ 。

题解：定义操作  $O_i$  为反转坐标在  $i$  及以前所有炸弹的状态，将炸弹状态  $w$  数组进行异或差分，操作  $O_i$  相当于仅改变  $w_{i+1}$  题中操作可以分解成  $O_{l_i-1}$  和  $O_{r_i}$  将  $l_i$  和  $r_i+1$  两点之间连边 (lower\_bound 查找后)，反转时一次要同时改变两个端点的状态，故图中每一连通块中状态为  $1$  的点需要是偶数个，如不是则没有可能。若符合则必有可能的方案，用任意生成树，由叶子节点到根判断是否需要反转即可。

## 本周推荐

**Square Subsets**:感觉把奇偶的转化关系变成异或很有意思，加上这周练的多校有个线性基的题，可以积累一下 ——\_wzx27

**HDU6583 TypeWriter**:这题一贴出来，就知道，老没做题了（别骂了），但是这道题目确实比较有意思，后缀自动机优化 dp 如果搞懂了这道题目会让后缀自动机的使用灵活程度 upup 避免只会写后缀自动机模版题的尴尬场面 ——Infinity37

**abc155 E. Payment**:是赛时没有想出的题目，但代码很短，思路很简单。是神奇 dp 思维题 ——Zars19

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai\\_milk:weekly2&rev=1589772389](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai_milk:weekly2&rev=1589772389)

Last update: 2020/05/18 11:26