

2020.05.11-2020.05.17 周报

团队训练

2020.05.13 [2019 Multi-University Training Contest 1](#) prob: 3:6:13 rnk 141/?

[20200513比赛记录](#)

_wzx27

找了点杂题和构造题

1 [Divisor Paths](#)

给一个很大的数 D 把 D 的所有因子作为顶点建图，对于两个点 $x, y; y > x$ 若他们之间满足 $\frac{y}{x}$ 是一个质数，则它们之间有一条权为 $\frac{y}{x}$ 的边 q 个询问，求两个点之间的最短路。

考虑把每个数用它的所有质因子写成一个向量，按题目的意思，每个点可以通过某一维加 1 减 1 实现移动。然后易证，任意两点的最短路构造方法为 $a \to \gcd(a, b) \to b$

2 [Square Subsets](#)

给一个集合(不是严格意义上的集合，不需要互异性)，可以生产 2^n 个子集，求有多少个子集，把子集里每个数乘起来能得到一个完全平方数。

题解给的是 dp 从另一个角度想，把每个数的所有质因子写成一个向量，每一维的取值是 0 或者 1 ，表示幂次的偶数和奇数。然后我们会发现两个数相乘，在质因子的奇偶性上相当于一个二进制异或，所以原问题等价于有几个子集通过上述表示后异或值为 0 。那么我们就可以用线性基来解决这个问题，求出线性基的个数为 m 原向量组的个数为 n 则异或值为 0 的个数就是 2^{n-m}

3 [Colorful Blocks](#)

n 个连续的方块，染成最多 m 种颜色，问相邻块颜色相同的数量不超过 k 个的染色种数。

一开始想到是 dp 很容易想到一个 $O(n^2)$ 的转移 $f[i][j] = (m-1) \times f[i-1][j] + f[i-1][j-1]$ 然后发现转移过程和 j 无关，推一下发现有点像杨辉三角，最后可以化简为一个式子。如果直接从组合数学的角度考虑，直接的解法就是对于仅有 i 个相邻方块颜色相同时，即取 $i-1$ 个断点，然后从左往右扫一遍就得到答案 $\sum_{i=0}^k m \times C_{n-1}^i \times (m-1)^{n-i}$

4 [Walk on Matrix](#)

供消遣的构造题

5 [Sum of squares of divisors](#)

定义函数 $\sigma_2: x \mapsto x$ 所有因数的平方和，求 $\sum_{i=1}^n \sigma_2(i)$ 对 m 取模，其中 $n=10^{15}, m=10^9$

考虑每个因数 k 的贡献 k^2 那么 原式 $= \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor$

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{\sqrt{n+1}} \rfloor} (\lfloor \frac{n}{i} \rfloor - \lfloor \frac{n}{i+1} \rfloor) i^2 + \sum_{i=1}^{\sqrt{n}} (f(\lfloor \frac{n}{i} \rfloor) - f(\lfloor \frac{n}{i+1} \rfloor))$$
 其中 $f(k) = \sum_{i=1}^k i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

Infinity37

专题

[后缀自动机](#) 好题推荐/广义后缀自动机待填坑

比赛

无

题目

[b-operation](#)

[f-typewriter](#)

Zars19

题目

[D-Vacation](#)

[A-Blank](#)

比赛

[AtCoder Beginner Contest 155](#)

很久之前的 ABC 的题的确画风不太一样。前三题都很简单，从后面说起

D. Pairs

给出一个长度 N 的数组，问两两乘积的第 K 大。

题解：第 K 大的乘积是正数、负数、零很容易计算得出，然后对于正负数的情况分别进行二分，结果在 $[-10^{18}, 10^{18}]$ 过程中对每个数字 $lower_bound$ 计算对小于等于 mid 的乘积数的贡献。正数的情况要注意每组被计算两次，以及数字与自己本身的乘积不能计入。另外各种取整要想清楚。

E. Payment

给出 N 在 1 到 $10^{\{1,000,000\}}$ 之间，可以使用 10 的整数幂面值的纸币，如果你的支付大于 N 店员会找给你多余的钱，问你和店员使用的纸币张数总和的最小值。

题解：用 $\text{dp}[i][0]$ 和 $\text{dp}[i][1]$ 分别表示在第 i 位付正好的钱和多付 1 个单位的钱的最小张数。只要想到表示方式状态转移方程就也很好想，从高位到低位扫一遍。

F. Perils in Parallel

N 个炸弹处在坐标轴上，给出每个炸弹的坐标和状态 A_i, B_i 状态为 1 表示激活 0 表示非激活 M 项可选操作，每项操作 l_i, r_i 表示将坐标处在这个区间的炸弹状态反转。问有没有一个操作集可以使得所有炸弹状态为 0 。

题解：定义操作 O_i 为反转坐标在 i 及以前所有炸弹的状态，将炸弹状态 w 数组进行异或差分，操作 O_i 相当于仅改变 w_{i+1} 题中操作可以分解成 O_{l_i-1} 和 O_{r_i} 将 l_i 和 r_i+1 两点之间连边 (lower_bound 查找后)，反转时一次要同时改变两个端点的状态，故图中每一连通块中状态为 1 的点需要是偶数个，如不是则没有可能。若符合则必有可行的方案，用任意生成树，由叶子节点到根判断是否需要反转即可。

本周推荐

Square Subsets:感觉把奇偶的转化关系变成异或很有意思，加上这周练的多校有个线性基的题，可以积累一下 ——_wzx27

HDU6583 Typewriter:这题一贴出来，就知道，老没做题了（别骂了），但是这道题目确实比较有意思，后缀自动机优化 dp 如果搞懂了这道题目会让后缀自动机的使用灵活程度 up 避免只会写后缀自动机模版题的尴尬场面 ——Infinity37

abc155 E. Payment:是赛时没有想出的题目，但代码很短，思路很简单。是神奇 dp 思维题 ——Zars19

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai_milk:weekly2&rev=1589802102

Last update: 2020/05/18 19:41