题目链接:https://projecteuler.net/problem=216

题意

求#2\le n \le 5e7#有多少个n满足$t(n)=2n^2-1$是个质数

题解

先令$t[i]=2i^2-1$

从2开始枚举，用类似埃式筛的思想，如果$t[i]\gt 1$则令$t[i+k\times t[i]] /= t[i],t[-i+k\times t[i]] /= t[i]$如果$t[i]=2i^2-1$则答案个数加一

上述算法的正确性需要证明几个关于$t(n)=2n^2-1$的性质:

1、若$p\mid t(n)$则$p|mid t(n+kp)且p\mid t(-n+kp)$

证明: $$ \begin{aligned} t(n+p)-t(n) & =2(n+p)^2-2n^2 \\ & =2p(2n+p) \\ \end{aligned} $$ 若$p\mid t(n)$又因为$p\mid (t(n+p)-t(n))$所以有$p\mid t(n+p)$从而有$p\mid t(n+kp)$

$p\mid t(-n+kp)$同理

2、在上述算法过程中，枚举到i时，$t[i]$要么等于1要么是一个质数

证明：

假设$2,3,..,i-1$都满足该性质

对于i反设$t[i]$可以分解为多个质数相乘$t[i]=p_1,..,p_k\; (k>1)$记最小的质数为p

若$p\lt i$则一定被$t[i-p]$筛过，矛盾

若$p==i$显然$i\nmid 2i^2-1$矛盾

若$i\lt p \lt 2i$若$p=i+1$显然$p|nmid 2i^2-1$否则$i+1\lt p \lt 2i$则一定被$t[-i+p]$筛过，矛盾

若$p\ge 2i$则存在$q\ge p$使得$pq \mid 2i^2-1$但$pq\ge 4i^2$矛盾

证毕

=== 代码 ==-=

```
    rep(i,2,n) a[i] = 2LL*i*i-1;
    rep(i,2,n){
        if(a[i]==2LL*i*i-1) ans++;
        if(a[i]>1){
            ll p = a[i];
            for(ll j=i+p;j<=n;j+=p){
                if(a[j]%p==0) a[j]/=p;
            }
            for(ll j=-i;j<=n;j+=p){
                if(j>0 && a[j]%p==0) a[j]/=p;
```

```
                }
            }
        }
```

From:
https://wiki.cvbbacm.com/ - **CVBB ACM Team**

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:wangzai_milk:wzx27:pe:201&rev=1590397189

Last update: **2020/05/25 16:59**