

# Fly

## 题意

给定一个长度为  $n$  的数列  $a_i$  和  $k$  个限制形如  $(b_i, c_i)$  和一个数  $m$  求有多少个数列  $x_i$  满足  $\sum_{i=1}^n x_i \leq m$  且  $x_{b_i} \& 2^{c_i} = 0$

$n \leq 4 \cdot 10^4, m \leq 10^{18}, k \leq 5 \cdot 10^3, \sum a_i \leq 4 \cdot 10^4, b_i \leq n, c_i < 60, \text{MOD} = 998244353$

## 题解

我们发现限制是对于每个  $x_i$  的二进制位进行的，所以考虑直接将  $a_{ix_i}$  分成  $\sum_{i=1}^k a_i \cdot 2^{ky_{i,k}}$  其中  $y_{i,k}$  表示  $a_i \cdot 2^k$  是否被选择了。这样我们就把问题转化成了  $a_i \cdot 2^k$  这共  $60n$  个物品，其中有  $k$  个物品被强制不能选择时，选择的物品的总和不超过  $m$  的方案数。

注意到  $m$  非常大，所以直接做背包是没有前途的。这时候我们注意到  $a_i \cdot 2^k$  这样的物品是不会影响到总和的二进制最低的  $k$  位的，所以我们考虑按照  $2^0$  到  $2^{59}$  这个顺序来对这些物品进行DP

我们定义  $dp_{i,j,0/1}$  表示已经选完  $2^i$  一类的物品，总和  $S$  满足  $\lfloor \frac{S}{2^{i+1}} \rfloor = j$  且  $S \% 2^i$  是否严格大于  $m \% 2^i$  的方案数。

考虑先分析一下第二维的范围，我们假设  $\sum a_i = SA$  已经选完  $2^k$  的物品时  $S \leq \sum_{i=0}^k 2^i SA \leq 2^{k+1} SA$  所以第二维最多也就是  $SA$  同时我们也可以发现这时候直接DP还是没啥前途。

考虑对于每一类物品一起算，利用生成函数显然就是  $\prod_{i=1}^n \sum_{(i,k) \notin (b,c)} (1+x^{2^ka_i})$  进行变化可以变为  $\prod_{i=1}^n (1+x^{2^ka_i}) \cdot (\prod_{(i,k) \in (b,c)} (1+x^{2^ka_i})^{-1})$

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:eager\\_to\\_embrace\\_the\\_seniors\\_thigh:1h&rev=1660205508](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:eager_to_embrace_the_seniors_thigh:1h&rev=1660205508)

Last update: 2022/08/11 16:11