

# Great Party

## 题意

有  $n$  堆石子，第  $i$  堆有  $a_i$  个，两个人轮流操作，每次可以从一堆中拿走任意正数个石子，并可以将剩余石子合并到另一堆中（也可以不合并）。每次询问给定  $l$  和  $r$  求  $[l, r]$  中有多少个子段的石子单独拿出来进行游戏可以先手必胜。

$n, q \leq 10^5, a_i \leq 10^6$

## 题解

结论：奇数堆时先手必胜，偶数堆时  $\oplus_{i=1}^n a_i \neq 0$  时先手必胜。

证明：考虑数学归纳法。

1堆时显然先手必胜；2堆时双方都不可能进行合并操作，此时被迫拿完一堆的就输了，所以考虑将两堆数量都减1后当作nim游戏。

对于大于2的偶数，我们仍然按照上面的逻辑，每堆数量都减1后当作nim游戏。

对于大于2的奇数，我们考虑如何操作能将局面变为先手必败。我们考虑操作数量最多的堆，设该堆有  $x$  个。设第2大的堆有  $y$  个，第3大的堆有  $z$  个。显然除了最大的两堆之外的堆减1后的异或和  $S$  有  $S \leq 2*(z-1)$  我们只需要将  $y$  补至  $S+1$  即可。注意到  $x+y \geq 2*z \geq S+2$  所以在将最大的堆拿走至少1个后仍然可以将次大的堆补至  $S+1$  所以对于奇数堆我们有将其变为偶数堆先手必败的情况。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:eager\\_to\\_embrace\\_the\\_seniors\\_thigh:7k&rev=1660040879](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:eager_to_embrace_the_seniors_thigh:7k&rev=1660040879)

Last update: 2022/08/09 18:27