

# Easy Counting Problem

## 题意

$w$  种数每种至少在字符串中出现  $c_1, c_2, \dots, c_w$  次,  $q$  次询问, 每次给出一个  $n$  求长度恰好为  $n$  的字符串有多少种。

$w \leq 10, q \leq 300, n \leq 10^7, \sum c_i \leq 5 \cdot 10^4$

## 题解

考虑对每种数构建指数生成函数。对于数  $i$  显然有  $F_i = \sum_{j \geq c_i} \frac{x^j}{j!}$

然后对于每个询问的答案就是  $ans = n! [x^n] \prod_{i=1}^w F_i$

我们注意到这个题  $\sum c_i$  很小但是  $n$  很大, 考虑将  $F_i$  写成  $F_i = \sum_{j \geq c_i} \frac{x^j}{j!} = e^x \sum_{j=0}^{c_i-1} \frac{x^j}{j!}$

那么答案就可以写作  $ans = n! [x^n] \prod_{i=1}^w (e^x \sum_{j=0}^{c_i-1} \frac{x^j}{j!})$

考虑变化后面的式子为  $\sum_{i=0}^w \{e^{ix} (-1)^{w-i} (\sum_{|S|=w-i} \prod_{j \in S} \sum_{k=0}^{c_j-1} \frac{x^k}{k!})\}$

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:eager\\_to\\_embrace\\_the\\_seniors\\_thigh:c&rev=1659854038](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:eager_to_embrace_the_seniors_thigh:c&rev=1659854038)

Last update: 2022/08/07 14:33