

个人刷题

fks

CF1687C

题解:考虑转化题意,令 $c[i]=b[i]-a[i]$,再对 c 作前缀和,那么就转化为了,每次对于 $[l,r]$ 如果 $c[l-1]=c[r]$,那么把 $l-r$ 这段区间全部覆盖为 $c[l-1]$.要求我们最后能把所有 c 都变成0.我们倒着考虑,来看操作是否有用(因为一开始我对于区间两两交的影响很头痛)。考虑最后反正要都变成0.那么必然 $c[l]$ 和 $c[r]$ 也必须要是0.否则做了和没做一个样。那么我们只对是0的考虑。我们把操作存在两个端点的vector里。暴力判断和更新就好了。用set维护非0位置弹出set用于均摊,只染色非0位置)。

CF1687D

题解:一开始想的,把段都暴力弄出来,后面扫描线做。但发现其实不需要,考虑可爱的区间是 $[k^2, k^2+k]$,那么我们就发现,当我们固定了 $a[1]$ 的段,也就是 $a[1]$ 的偏移量的范围确定,后面的段的偏移量也能唯一确定(因为一个段最多从可爱到不可爱,或者从不可爱到可爱,不可能跳变两次(凸性))。那么我们可以发现,一个在不可爱段的最小值,会对下界有影响。一个在可爱段的最大值,会对上界有影响。我们预处理出前驱后继,直接做。每次跳的次数是 V/i 那么就是调和级数

CF1687E

题解:考虑给出的形式,实际上是每个因子的min和 \min_rk2 相加,我们考虑他的选择方式,实际上暗示着我们考虑 \min_Max 容斥,比较容易的可以得到式子(用广义minmax可以得到),然而我们发现复杂度是 $2^n * n!$ 无法通过。似乎没法优化?我们换个方向,想想能否减小 $n!$ 来简化问题。也就是说挑选出一些代表性的数,来与我们整个数列等价。我们考虑一个定理:一个数最多的因子个数是 $w(n)$ 在 $1e6$ 内,这个函数是7。那也就是,我们可以每次钦定每个因子次小/最小给他选上。

CF1717E

题解:比较关键的一点就是想到枚举gcd(不枚举比较难做)。利用辗转相减,我们可以发现 $a=x*t, b=y*t, \gcd(n-(x+y)*t, t)$ 就变为了 $\gcd(n, t)$ 但我们考虑要求出 $\gcd(x, y)=1$ 并且 $x+y=c$ 的对数,考虑 $y=c-x, \gcd(x, c-x)=1 \Rightarrow \gcd(x, c)=1$,也就是欧拉函数

CF1717F

(vp) 题解: +1, -1比较难处理,考虑先全部-1,做单选题,每次选一个+2,那么就变成了考虑+2分配给谁的问题。我们做个 δ 把目标值和当前值作差,考虑每个人要被加几次+2,也就是 $\delta/2$ 那么可以判断掉一些不合法的 δ 负、 δ 不能被2整除。比较显然可以得到网络流模型,但我们考虑到有些是无限制,如果按照“最多”的约束连边,则能达到最大流,但没法满足恰好。考虑上下界网络流建图即可。

ljz

VP的签到题就不写了 CF1730D

题意：每次可以把a的前k位和b的后k位交换，问a是否可以变成b
容易发现，对于 a_i 和 b_{n-i+1} 这两个元素的对应关系不管怎么操作都是不会变的。所以有解无解的判断方法就是相同的pair(无序)有偶数个，或者有一个奇数且n是奇数。

CF1730E

题意：计算有多少个区间满足最大值可以整除最小值。
先用单调栈求出以每个元素为最大值最小值的最长区间。我们对每个 a_i 都求出以 a_i 为最大值的满足条件的区间，枚举 a_i 的每个约数(a_i 在一百万以内因此可以 $A \log A$ 预处理)，对于一个约数 d (可以找到离 a_i 最近的 d (左右各一个))，我们只需要计算包含 a_i 和 d 的满足条件的区间，对于左右的 d 注意去重。

CF1730F

题意：给定一个排列 p 和 k 找到一个排列 q 满足任意 $i < j$ 都有 $p_{q_i} \leq p_{q_j} + k$ 使得 q 的逆序对数量最少($n \leq 5000, k \leq 8$)
我们一个一个考虑 q 对于 q_1, p_{q_1} 的值只可能是 $[1, k+1]$ 中的一个，如果 p_{q_1} 取了1那 p_{q_2} 的值只可能是 $[1, k+1]$ 中的一个，如果 p_{q_1} 没有取1那么 p_{q_2} 的值还是只能在 $[1, k+1]$ 中取，后面以此类推，也就是说每放置一个 q 我们需要考虑的值只有最小的没被选过的数到这个数 $+k$ 的范围内，这样就可以状压DP了。

CF1733E

题意： $n * m$ 的方格图上每个格子有一个箭头，初始时 $(0,0)$ 上有一个小球，以后每一个时刻所有小球都会按照箭头的方向走一个格子，然后 $(0,0)$ 上会新出现一个小球，所有上一个时刻有球的格子都会转换箭头方向(只有向右和向下两种状态)。问第 t 时刻给定的格子是否有球($t \leq 1e18, 0 \leq x, y \leq 120$)
我们把所有小球统一考虑，也就是说一共会生成 t 个小球，小球走到 (x, y) 需要 $x + y - 1$ 个时刻，我们考虑有可能经过 (x, y) 的小球一共 $t - x - y + 1$ 个，如果经过当前格子的小球有 n 个，那么其中会有 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 个经过下方的格子，剩下的会经过右边的格子。我们只需要知道 t 时间经过 (x, y) 的小球数量和 $t - 1$ 时间经过 (x, y) 的小球数量是否相等就可以判断是否在 t 时刻 (x, y) 上有球。

CF1720D

题意：给定一个序列 a_i 求 a_i 的一个最长子序列 b_i 满足 $a_{b_p} \oplus b_{p+1} < a_{b_{p+1}} \oplus b_p$ 对于任意 p 成立。
注意到两个数 $a < b$ 在二进制意义下，一定是前一段二进制 $a = b$ 后一位上 a 是0 b 是1。前一段二进制表示 $a_{b_p} \oplus b_{p+1} = a_{b_{p+1}} \oplus b_p \iff a_{b_p} \oplus b_p = a_{b_{p+1}} \oplus b_{p+1}$ 这样就可以用0/1trie维护 $a_i \oplus i$ 对于每个 a_i 都在trie中查找前面可以接的最长段。

CF1717E

题意：求 $\sum_{a+b+c=n} \lfloor \frac{c}{m} \rfloor \left(c, \gcd(\left\lfloor \frac{a}{m} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{b}{m} \right\rfloor) \right)$ 其中 a, b, c 都是正整数 $n \leq 300000$
我们枚举 c 则 $a+b = n - c \iff \gcd(a, b) \mid n - c$ 枚举 $n - c$ 的约数 d 即 $\gcd(a, b) = d$ 问题转化

为求 $a^0+b^0=\frac{n-c}{d}, \left(a^0, b^0\right)=1$ 的 (a^0, b^0) 对数, 即 $\varphi\text{-cd}$

CF1717F

题意：给定一张无向图，和一个点集S要给每条边定向，使得每个S中的结点i满足，入度-出度=一个给定值 $a_i, n, m \leq 10000$

对于规定的结点，需要有 $b_i = (a_i + \text{度数})/2$ 个入度，以此可以判掉一部分NO。考虑网络流的做法，建立超级源点S向每条边连一条流量为1的边，每条边分别向两个端点连一条流量为1的边，建立超级汇点T。对于每个点集中规定的点，向T连一条流量为 b_i 的边。跑一遍网络流，这个建图其实相当于一个二分图，因此网络流复杂度是比较优秀的。如果最终最大流和所有的 b_i 的和相等则可能存在一组解，否则无解。但这样跑完网络流之后并不能保证每条边都被选择了一次，因为我们忽略了不在给定点集中的点，我们在上一次跑完网络流的图的基础上给每个不在给定点集中的点向T连一条流量为无穷的边，再跑一次网络流，如果两次最大流加起来是 m 才能保证有解。为什么不一开始就连？因为网络流很可能会优先把无穷的边都流满，这样构造的方案并不满足我们的条件。最终输出构造方案就看每条边的流向即可。

CF1716E

题意：有 2^n 个数，每次操作选定一个 i 对每个 k 交换 $a_k \oplus a_{k+2^i}$ 已经被交换过就跳过。有 q 次操作每次操作给定一个 i 求操作完的序列的最大子段和，每次操作的改变保留。

$q \leq 200000, n = 18$

如果下标从0开始，我们发现，每次就是 $a_k \oplus a_{k \oplus 2^i}$ 交换，每次操作的改变保留的话，就是把每个操作数异或起来得到一个 $x \oplus a_k \oplus x$ 交换，我们可以对每个 $0 \leq i < 2^n$ 都预处理出答案，而对于最大子段和，可以用线段树维护。对于每个 i 我们并不需要建出完整的线段树，我们可以利用 i 异或掉最高位的1之后的 i' 的线段树，这样总共只需要 $n \cdot 2^n$ 个结点。

CF1716F

题意：有 n 个口袋，每个口袋中有编好分别为 $1 \sim m$ 的 m 个球，从每个口袋中都拿出一个球来，设编号为奇数的球的个数为 F 求所有 F^k 的和，多组数据对998244353取模

$(n, m < 998244353, k \leq 2000, T \leq 5000)$

令 $a = \lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor, b = \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ 则, $ans = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \cdot a^i \cdot b^{n-i} \cdot i^k$

$$= \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \cdot a^i \cdot b^{n-i} \cdot j = 1 \text{ ksk, } j! \cdot i! \cdot j! = j = 1 \text{ ksk, } j! \cdot i! = 1 \text{ nniij} \cdot a^i \cdot b^{n-i} \dots$$

$$= j = 1 \text{ ksk, } j \cdot n! \cdot n! \cdot i = 1 \text{ nn-jj} \cdot a^i \cdot b^{n-i} = j = 1 \text{ ksk, } j \cdot n! \cdot n! \cdot a_j \cdot (a+b)^{n-j}$$
 CF1715E

题意：有一张 n 个点 m 条有边权的边的无向图，求一个人从1出发到达各个结点的最短用时，任意两个结点 u, v 之间可以乘坐飞机，用时 $\{(u-v)^2\}$ ，最多坐 k 次飞机

$(n, m \leq 100000, k \leq 20)$ 考虑 $dp_{i,j}$ 表示恰好坐 j 次飞机到 i 号点的最短用时，状态由 $dp_{k,j-1}$ 转移过来，是很标准的斜率优化形式，但是要注意这样转移完成后 $dp_{i,j}$ 表示的是恰好坐 j 次飞机到 i 号点并且最后一步是坐飞机抵达 i 的，因此还要用迪杰斯特拉跑一遍 $dp_{i,j}$

CF1715F

题意：交互，有一个 $n \times m$ 的网格，有一个 1×1 的方格需要你确定他的位置，每次你可以询问给出一个多边形，交互器返回此多边形和那个 1×1 交的面积，最多询问5次

$(n, m \leq 100)$ IQtest 考虑锯齿状的多边形，这种多边形可以根据面积确定一维坐标，其实只需要询问两次就行了。

CF1713E

题意：有一个 $n \times n$ 的矩阵，每次操作可以选择一个 k 把矩阵的第 k 行和第 k 列转置，问通过操作可以得到的最小字典序的矩阵。

对于 $a_{i,j} > a_{j,i}$ ，如果要交换，只能选择 i 或者 j 操作，对于 $1 \leq i \leq n$ 只有两种状态，操作或者不操作，因为对于同一个位置操作多次是抵消的，而且操作顺序与最终答案无关。按顺序枚举

$a_{i,j} < a_{j,i}$ 则 $i < j$ 的状态应该是相同的，反之 $i > j$ 的状态应该不相同。可以用带权并查集或者种类并查集维护这些关系。同时还有一个观察，就是对于一种可行的操作，操作他的补集后的结果也是一样的。因此对于一个并查集的根随便选择操作或不操作都可。

CF1712E

题意 T 次询问，每次给了 l, r 求满足 $\text{lcm}(i, j, k) \geq i+j+k, l \leq i < j < k \leq r$ 的对数 $T \leq 100000, l, r \leq 200000$

我们发现满足条件的三元组数量应该是很多的，如果 $\text{lcm}(i, j, k) \geq 3 \ast k$ 那么肯定满足条件，所以可以考虑反面，因此我们只需要计算 $\text{lcm}(i, j, k) = k \ast \text{lcm}(i, j, k) = 2 \ast k$ 的三元组数量。首先考虑 $\text{lcm}(i, j, k) = 2 \ast k$ 的情况，还需要满足 $k < i+j$ 其中 i, j 都是 $2k$ 的约数，这种情况下只有两种可能 $i = \frac{1}{2}k, j = \frac{2}{3}k$ 或者 $i = \frac{2}{5}k, j = \frac{2}{3}k$ 这都很好统计。接下来考虑 $\text{lcm}(i, j, k) = k$ 那么只要满足 i, j 是 k 的约数。预处理每个数的约数，离线把询问按右端点排序，按顺序计算 $i < j < k \leq r$ 的三元组数量，回答询问时减去 $i < l$ 的三元组，这可以用树状数组维护。

CF1709E

题意：给定一棵树，有点权，每次操作可以把任意结点值改成任意正整数，问最少用多少次操作可以使树上不存在异或和为零的简单路径。

可以证明，只要存在一条以 u 为最高点的路径就把 u 的结点值改变，然后子树中的其他结点就不需要考虑了，经典的维护到根结点路径的异或和，再用dsu on tree统计答案CF1696F

题解：给出一个 n 个结点的树上的所有三元组 $f(x, y, z) = \text{dis}(x, z) == \text{dis}(y, z)$ 要求构造一种可能的树，或者确定无解 $n \leq 100$

首先假定以1为根，按照到1的距离是否相等把剩下的结点分成若干组，假定一组是1的儿子，然后判断是否可行，和一个结点父亲距离相等的结点只能是他的儿子，我们按照这个规则可以把整棵树构造出来，然后判断是否满足所有的三元组要求，如果不满足则换下一组假定成1的儿子。如果所有都不满足则无解。

CF1696G

题意：给定 x, y 每次操作可以选择一个 $a_i, 1 \leq i < n$ 以及一个 t 将 a_i 减少 $x \ast t$ 将 a_{i+1} 减少 $y \ast t$ 或者 a_i 减少 $y \ast t$ 将 a_{i+1} 减少 $x \ast t$ 问将整个 a 都变成小于等于0，需要的最少的 t 的总和。容易将问题转化为一个线性规划问题

$$\text{minimize } \sum_{1 \leq i < n} a_i + b_i \quad X a_1 + Y b_1 \geq A_1 \quad X a_i + Y b_i + Y a_{i-1} + X b_{i-1} \geq A_i \quad (2 \leq i < n) \quad Y a_{n-1} + X b_{n-1} \geq A_n \quad a_i, b_i \geq 0$$

直接处理并不方便，将其转化为对偶问题

$$\text{maximize } \sum_{1 \leq i \leq n} A_i x_i$$
$$X x_i + Y x_{i+1} \leq 1 \quad (1 \leq i < n) \quad Y x_i + X x_{i+1} \leq 1 \quad (1 \leq i < n) \quad x_i \geq 0$$

转化成这种形式就美观多了，其中 x_i 的取值只有 $0 \leq 1 \leq X+Y$ 三种情况，（假设 $Y \geq X$ ）然后对这三种取值进行DP是可以矩阵表达转移的，于是可以线段树维护。

ARC149D

题意：一开始给定 n 个坐标轴上的一维坐标和 m 个操作，每个操作给定一个 d 对于当前为正的坐标，这些坐标 $-d$ 对于当前坐标为负的坐标，这些坐标 $+d$ 如果有坐标到达了原点就会永久消失。问每个坐标在第几次操作时到达原点，或者无法到达原原则给出最后一次操作结束后的位置 $X \leq 1000000, m, n \leq 300000$

一个观察是，对于两个关于对称的坐标，在以后所有的操作中都会关于原点对称。然后又由于坐标范围不是很大，我们可以对 $1 \sim 1000000$ 都求出答案，我们按照顺序完成操作，如果有关于原点对称的点出现，那么就把他们链接在一起，容易发现这样是线性的。

ARC149E

题意：一个长度为 n 的循环数组 a 从第一个开始，每次把 m 个连续的数排序，再给定一个 1 到 n 的排列 b 问有多少 a 满足经过 k 次连续的操作后可以变成 b $n, m \leq 300000, k \leq 1e9$

考虑操作了 $n - m + 1$ 次之后，这时整个 a 中最大的 $m - 1$ 个数都已经被按顺序排在了最后，后续操作就是把这 $m - 1$ 个数向后移动一个位置，因此 k 的大小其实是没有意义的。考虑什么情况下可以变成 b 我们把 b 复原到最大的 $m - 1$ 个数都按顺序排在最后的情况。此时，寻找以 b_1 开头的最长不下降子序列（不考虑最后 $m - 1$ 个数）。在不下降序列中的数字每次有 m 种排法，其余数字的位置则是固定的，因为否则的话一定会被排序提前排到前面去。最后 $m - 1$ 个数的顺序不影响最后的结果，因此有 $(m - 1)!$ 种方案。

ARC149F

题意：给定一个有理数 $\frac{p}{q} \geq 1.01, p, q = 1$ 容易证明，对于任意正整数 n 都存在唯一的序列 $a_1 \dots a_k, a_1 \neq 0, 0 \leq a_i \leq p - 1, i = 1 \dots k, i \cdot pq - a_i$ 求 $1 \sim N$ 中表示法按字典序排在第 $L \sim R$ 位的数是哪些 $N \leq 1e18, R - L + 1 \leq 300000$

首先 $1 \sim p - 1$ 的表示法很简单 p 的倍数的表示法也容易想到，对于其他的数，我们找到离 n 最近的能被 p 整除的数 $m \cdot pq + n - m$ 就得到了一种新的表示法。我们发现所有数的表示法构成了一颗字典树的结构，而且 $1 \sim N$ 按照树的bfs序排列，而字典序大小按照dfs序排列。所以我们一旦确定排名第 L 的数，就可以 $O(1)$ 计算下一个数。因此问题转化为求字典序排名第 L 的数。注意到还有 $\frac{p}{q} \geq 1.01$ 的条件，因此字典树的深度不超过 $\log_{1.01} N$ 也就是不会超过4000。我们从字典树第一层开始往下走，可以通过二分来确定需要从哪个位置向下走。

ABC271G

题意：有一串无限长的01序列，循环节长度为24，给出循环节，按序列顺序执行操作，若序列当前位置上为0，则A操作，有 $X\%$ 的概率成功，为1，则B操作，有 $Y\%$ 的概率成功。问第 N 次成功是由B完成的概率。 f_i 表示前 i 次成功是由B完成的概率 p_i 表示一个循环节当中成功 i 次的概率。

有 $f_n = \sum_{i=0}^{24} p_i \cdot f_{n-i}$ 这个式子明显可以用矩阵快速幂优化，细节就不赘述了。

ARC148E

题意：求长度为 n 的序列的重排列满足任意两个相邻的元素的和都大于等于 k 的数量。

我们把重排列问题看做把元素按照某种顺序一个一个插入一个空序列，并且我们需要很方便的知道可以插入的合法位置有多少。可以把原序列按从小到大的顺序排序，初始时 $l = 1, r = n$ 可插入的位置数量为1，若 $a_l + a_r \geq k$ 剩下的任何元素都可以插入在 a_r 两侧，我们把 a_r 插入序列，同时会使可插入的位置数量加1，反之，剩下的任何元素都无法插入在 a_l 两侧，我们把 a_l 插入序列，同时会使可插入的位置数量减1。不断执行，就可以得到可行排列数量。


个人学习

ddp

新学了ddp目前只做了P4719还未学全局平衡二叉树ddp实际上就是维护了一段重链的转移矩阵，难点在于矩阵的设计和dp状态的设计，可能有时候dp状态会为了转移，把一些权值给并入，比较抽象。需要维护轻儿子的dp值和当前的dp每次更新一条重链的权值，再把更新重链顶端的父亲的权值。由于每个点维护了轻儿子的dp且转移矩阵只和轻儿子的dp有关，所以每次修改的矩阵数只有log

update(2022.10.12)有了点新的理解，全局平衡二叉树感觉就是lct用加权重心建树的方式，把每个平衡树建出来（权重是一个节点对应轻子树的大小）。然后操作就和lct一样access的时候不需要splay只需要上传信息即可

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:fire_and_blood:week_summary_1&rev=1665679085 

Last update: **2022/10/14 00:38**