

2022 牛客暑期多校训练营3

D

给定一棵树和一个起点，1号节点为终点，随机选其中K条边变成指向终点的单向边，在树上随机游走，求到达终点的期望步数。

不考虑选单向边，设 f_x 为从 x 走到其父亲的期望步数，则有 $f_x = \frac{1 + \sum_v (1 + f_v + f_x)}{d(x)}$ 化简可得 $f_x = d(x) + \sum_v f_v = 2 \text{size}(x) - 1$ 其中 $\text{size}(x)$ 为 x 的子树大小。设出发点 s 其到 1 的路径 L 为 $s, v_k, \dots, v_1, 1$ 则答案 $\text{ans} = f_s + f_{v_k} + \dots + f_{v_1}$ 考虑单向边 (v, u) 带来的影响，当该边到 L 的路径上没有单向边时会对答案产生贡献，设路径长度为 len ， L 与该路径交点到 1 的路径长度为 L' ，则对答案的贡献为 $\frac{2 * \text{size}(v) * \sum_{i=0}^{L'-1} C_{n-1-\text{len}-i}^{K-1} * C_{n-1}^{K-1}}$ 预处理前缀和，时间复杂度 $O(n)$

G

题目大意：给两个凸包，各有速度，求相撞时间

设两个凸包为 A 和 B 实际上可以认为 B 不动 A 以速度 V 运动

设 A 凸包加上位移 M 后与 B 凸包有交，那么闵可夫斯基和可以在 $O(n \log n)$ 的时间复杂度内求出位移 M 的合法区域 P

若 P 中包含原点，则答案为 0

从原点向 V 引一条射线，与 P 相交，求所有交点，取距离最短的那一个即可

I

本题需要求 $E(x^k)$ 在组合意义中一般处理的是方案数，于是考虑 $n! E(x^k)$ 的组合意义

首先枚举哪些元素在对应位置上，然后其他元素错排： $n! E(x^k) = \sum_{i=0}^n n C_n^i i^k D_{n-i}$

套路：看到形如 n^k 的东西，需要想到第二类斯特林数

因为 n^k 表示把 k 个不同的球放入 n 个不同盒子（盒子可以为空）的方案数，我们枚举 i 为非空盒的个数，可得到 $n^k = \sum_{i=0}^k S(k, i) i^n$

然后将 i^k 用第二类斯特林数替换： $n! E(x^k) = \sum_{i=0}^n n C_n^i D_{n-i} \sum_{j=0}^k S(k, j) i^j$ 发现 $n C_n^i i^j$ 具有组合意义，可替换成 $n C_n^i j^i C_{n-i}^{n-j}$ $n! E(x^k) = \sum_{j=0}^k S(k, j) n C_n^j \sum_{i=0}^n n C_{n-j}^{n-i} i^i D_{n-i}$ 直接将 i^i 替换成 $i+j$ 当 $j > n$ 时，后面那个 $\sum_{i=0}^n i^i = 0$ 否则有组合意义，实际上相当于长度为 $n-j$ 的所有排列数，也就是 $(n-j)!$ $n! E(x^k) = \sum_{j=0}^{\min(k, n)} S(k, j) n C_n^j (n-j)!$ 当 $j > k$ 时 $S(k, j) = 0$ 再将组合数拆开，可得到： $n! E(x^k) = \sum_{j=0}^n S(k, j) n!$

发现模数 $862118861=857 \times 997 \times 1009$ ，可以分别考虑每个质数，再使用中国剩余定理合并

由贝尔数的相关知识可以知道 $B_n = \sum_{k=0}^n S(n,k)$ 于是当 $k \leq n$ 时，答案就是 B_n

考虑到 $k \leq n+5 \cdot 10^3$ 所以当 $k > n$ 时，答案可以表示为 $E(x^k) = B_n - \sum_{i=n+1}^k S(k,i)$

现在考虑如何快速求 B_n

贝尔数满足 Touchard 同余，则有 $B_{n+p} \equiv B_n + B_{n+1} \pmod{p}$ 这是常系数齐次线性递推，可以在 $O(k^2 \log n)$ 的复杂度内求出 B_n

现在考虑如何快速求 $\sum_{i=n+1}^k S(k,i)$

由题解给出的公式，有 $S(x, x-n) = \sum_{k=0}^{n-1} E(n,k) \cdot C_{x+n-k-1}^{2n} \setminus E(n,k) = (2n-k-1)C_{n-1}^{k-1} + (k+1)$ 组合数可以用卢卡斯定理快速计算，然后利用上述公式进行递推即可求解

Replay

首先开的是C题。啥思路都没。

之后看到了A前缀lca写了个倍增很快切掉了。

之后看到了J是个模拟+最短路。高湘一去写了，不久后写完了。

之后继续来看C想着大概暴力可以过，于是高湘一去写了一个暴力。但是sort的cmp函数写的出了锅。是因为在两个字符串相等的时候返回了1。于是炸了好几发。

期间在不停的waH题。是一个后缀自动机。但是属实是对后缀自动机的一些操作不够熟悉，导致到最后也没过。

同时也在不停的waF题。是一个tarjan如果是比较靠后的场次，这种题本来是应该我来写的。也是出现了许多细节问题，导致最后也没有过。

Dirt

C sort的cmp函数出锅。以及有一发是因为没有注释掉freopen

H 出错形式多种多样，总之是在各种调试细节，以及尝试各种能过样例的方法。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: <https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:kunkunkun:2022-nowcoder-3>

Last update: 2022/08/31 14:55

