2025/10/18 23:53 1/2 2022 牛客暑期多校训练营3

2022 牛客暑期多校训练营3

D

给定一棵树和一个起点,1号节点为终点,随机选其中K条边变成指向终点的单向边,在树上随机游走,求 到达终点的期望步数。

不考虑选单向边,设 \$f_x\$ 为从 \$x\$ 走到其父亲的期望步数,则有 \$f_x=\dfrac{1+\sum_v (1+f_v+f_x)}{d(x)}\$□化简可得\$f_x=d(x)+\sum_vf_v=2size(x)-1 \$□其中 \$size(x)\$ 为 \$x\$ 的子树大小。设出发点 \$s\$□其到 \$1\$ 的路径 \$L\$ 为 \$s,v_k,\cdots,v_1,1\$□则答案 \$ans=f_s+f_{v_k}+\cdots+f_{v_1}\$考虑单向边 (v,u) 带来的影响,当该边到 \$L\$ 的路径上没有单项边时会对答案产生贡献,设路径长度为 \$len\$, \$L\$ 与该路径交点到 \$1\$ 的路径长度为 \$L^\prime\$,则对答案的贡献为 \$\$-\dfrac{2*size(v)*\sum_{i=0}^{L^\prime-1}C_{n-1-len-i}^{K-1}}{C_{n-1}^{K-1}}\$\$ 预处理前缀和,时间复杂度 \$O(n)\$

G

题目大意:给两个凸包,各有速度,求相撞时间

设两个凸包为\$A\$和\$B\$□实际上可以认为\$B\$不动□\$A\$以速度\$V\$运动

设A\$凸包加上位移A\$仍包有交,那么闵可夫斯基和可以在A\$仍A\$们的时间复杂度内求出位移A\$的合法区域A\$P\$

若\$P\$中包含原点,则答案为\$0\$

从原点向\$V\$引一条射线,与\$P\$相交,求所有交点,取距离最短的那一个即可

I

本题需要求\$E(x^k)\$□在组合意义中一般处理的是方案数,于是考虑\$n!E(x^k)\$的组合意义

首先枚举哪些元素在对应位置上,然后其他元素错排: \$\$ n!E(x^k)=\sum {i=0}^nC n^ii^kD {n-i} \$\$

套路:看到形如\$n^k\$的东西,需要想到第二类斯特林数

因为 $$n^k$$ 表示把\$k\$个不同的球放入\$n\$个不同盒子(盒子可以为空)的方案数,我们枚举\$i\$为非空盒的个数,可得到 $$n^k=\sum_{i=0}^k (x_i)$

然后将 si^k \$用第二类斯特林数替换: \$\$ n!E(x^k)=\sum_{i=0}^nC_n^iD_{n-i}\sum_{j=0}^kS(k,j)j!C_i^j \$\$ 发现\$C_n^i*C_i^j\$具有组合意义,可替换成\$C_n^j*C_{n-j}^{i-j}\$[\$\$ n!E(x^k)=\sum_{j=0}^kS(k,j)j!C_n^j\sum_{i=0}^nC_{n-j}^{i-j}D_{n-i} \$\$ 直接将 si^s 4 接换 成 $si+j^s$ 1 \$\$ n!E(x^k)=\sum_{j=0}^kS(k,j)j!C_n^j\sum_{i=0}^nC_{n-j}^{i-j}D_{n-i} \$\$ 直接将 si^s 4 接身 当 si^s 1 ** n!E(x^k)=\sum_i=0\$\cdot S(k,j)j!C_n^j\sum_{i=0}^nS(k,j)j!C_n^j\sum_{i=0}^nS(k,j)j!C_n^j(n-j)! \$\$ 当 si^s 2 ** n!E(x^k)=\sum_{j=0}^nS(k,j)j!C_n^j(n-j)! \$\$ 当 si^s 3 ** n!E(x^k)=\sum_{j=0}^nS(k,j)j!C_n^j(n-j)! \$\$ 当 si^s 4 ** n!E(x^k)=\sum_{j=0}^nS(k,j)n!\\ E(x^k)=\sum_{i=0}^nS(k,j) s\$\$

upuate: 2022/08/03 2022-2023:teams:kunkunkun:2022-nowcoder-3 https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:kunkunkun:2022-nowcoder-3&rev=1659501205 12:33

发现模数\$862118861=857×997×1009\$,可以分别考虑每个质数,再使用中国剩余定理合并

由贝尔数的相关知识可以知道 \$\$ B_n=\sum_{k=0}^nS(n,k) \$\$ 于是当\$k\leq n\$时,答案就是 $$B_n$$

考虑到\$k\leq n+5*10^3\$[所以当\$k>n\$时,答案可以表示为 \$\$ E(x^k)=B_n-\sum\limits_{i=n+1}^kS(k,i) \$\$

现在考虑如何快速求\$B_n\$

贝尔数满足Touchard同余,则有 \$\$ B_{n+p}\equiv B_n+B_{n+1}(mod\,p) \$\$ 这是常系数齐次线性递推,可以在 $SO(k^2\log n)$ \$的复杂度内求出 $SD(k^2\log n)$ \$

现在考虑如何快速求\$\sum\limits {i=n+1}^kS(k,i)\$

由题解给出的公式,有 \$\$ $S(x,x-n)=\sum_{k=0}^{n-1}E(n,k)*C_{x+n-k-1}^{2n}\ E(n,k)=(2n-k-1)C_{n-1}^{k-1}+(k+1)$ \$\$ 组合数可以用卢卡斯定理快速计算,然后利用上述公式进行递推即可求解

From:

https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:kunkunkun:2022-nowcoder-3&rev=1659501205

Last update: 2022/08/03 12:33



https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/10/18 23:53