

2022 牛客暑期多校训练营4

A

B-2D Internet Angel

给出两个同心圆，内圆给出 \$n\$ 个切点构成的凸多边形，现在在凸多边形与外圆之间随机均匀地选择一个点，求出这个点到这 \$n\$ 个切点之中最小的距离（路径不跨过任何边界）\$d\$，求 \$\sum d^2\$

将图根据原点到凸多边形的每个顶点所作出的射线划分区域，每个区域的点所对应的切点是对应的，求出两条射线的夹角 \$\theta_1, \theta_2\$ 以及对应切点夹角 \$\alpha\$ 即可将每种情况转化为

\$\theta_1' = \theta_1 - \alpha < 0 < \theta_2 - \alpha = \theta_2'\$ 的情况，设当前区域中一点 \$(r, \theta)\$ 此时 \$X^2 = r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \theta\$ 于是有积分

$$A_i = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{R_1 \sec \theta}^{R_2} (r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \theta) \cdot r \, dr \, d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[\frac{1}{4} r^4 - \frac{3}{2} R_1 r^2 \cos \theta + \frac{3}{2} R_1^2 r \cos \theta \right]_{R_1 \sec \theta}^{R_2} \, d\theta$$

$$= \left[\frac{1}{4} R_2^4 + \frac{1}{2} R_1^2 R_2^2 \right] (\theta_2 - \theta_1) + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[-\frac{3}{2} R_1 R_2^3 \cos \theta - \frac{1}{4} R_1^4 \sec^4 \theta + \frac{1}{2} R_1^4 \sec^2 \theta \right] \, d\theta$$

$$= \left[\frac{1}{4} R_2^4 + \frac{1}{2} R_1^2 R_2^2 \right] (\theta_2 - \theta_1) + \left[-\frac{3}{2} R_1 R_2^3 \right] (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) + \left[-\frac{1}{12} R_1^4 \right] (\tan \theta_2 \sec^2 \theta_2 - \tan \theta_1 \sec^2 \theta_1)$$

最后答案即为 \$\frac{\sum A_i}{S}\$ 为区域总面积。时间复杂度 \$O(n)\$

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: <https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2022-2023:teams:kunkunkun:2022-nowcoder-4&rev=1659248080>

Last update: 2022/07/31 14:14